

Visuelle Abbildung bei hohen Ametropien

Computergestützte Simulation mittels strahlenoptischer Rechnungen

Wolfgang Fink¹, Andreas Frohn², Ulrich Schiefer³, Erich W. Schmid¹, Norbert Wendelstein¹, Eberhart Zrenner³

¹ Institut für Theoretische Physik, Universität Tübingen (Dir.: Prof. Dr. Hugo Reinhardt)

² Universitäts-Augenklinik, Abteilung I, Tübingen (Dir.: Prof. Dr. Hans-Jürgen Thiel)

³ Universitäts-Augenklinik, Abteilung II, Tübingen (Dir.: Prof. Dr. Eberhart Zrenner)

Herrn Professor Dr. rer. nat. Josef Reiner zum 75. Geburtstag gewidmet

Zusammenfassung

Ziel Ein von den Autoren entwickeltes Computerprogramm soll ermöglichen, den Weg des Lichts zwischen Sehobjekt und Netzhaut unter Anwendung der Strahlenoptik zu errechnen und graphisch darzustellen.

Methode Auf der Basis eines modifizierten Gullstrand-Auges wird der Verlauf mehrerer hundert, von einem Objektpunkt ausgehender Lichtstrahlen an jeder brechenden Fläche vor bzw. im Auge rekonstruiert. Menü-Fenster erlauben dabei, verschiedene optische und morphologische Parameter interaktiv zu modifizieren: So können z. B. die Brechungsindizes und Krümmungsradien von Hornhaut und Augenlinse, aber auch die Bulbusabmessungen (Vorderkammertiefe, Bulbuslänge, ...) geändert werden. Weiterhin ist das Einbringen von zusätzlichen brechenden Medien (Brillengläser, Kontaktlinsen, Intraokularlinsen) möglich. Diese können beliebig dezentriert oder verkippt werden.

Ergebnisse Das System erlaubt zusätzlich eine Rückprojektion des Netzhautbildes auf den Ort des Objektes, wobei für diese „Strahlumkehr“ die Parameter eines normalsichtigen Auges ohne Abbildungsfehler verwendet werden. Hierdurch ist es möglich, die visuelle Abbildung (Bildeindruck) nachzuvollziehen, welche durch ein ametropes (und ggf. anschließend korrigiertes) Auge vermittelt wird.

Schlussfolgerungen Exemplarisch kann mit Hilfe des Programmes die Entstehung von regionalen Bildverdoppelungen bzw. von Ringskotomen bei der Korrektur starker Ametropien veranschaulicht werden.

Schlüsselwörter Ray Tracing – Strahldurchrechnung – Optik – Refraktion – Computer – Animation – Aphakie – Ringskotom – Bildverdoppelung

Visual Mapping under High Ametropia.

A Computer Aided Simulation Using Ray Tracing

Purpose A computer program developed by the authors allows to calculate the path of light rays coming from an object through all the refractive surfaces of a Gullstrand model eye until it reaches the retina.

Method The program calculates several hundred light rays for every point of a given object. A menu allows to modify optical and morphological parameters in an interactive way. For instance, the indices of refraction, the radii of the cornea and of the crystalline lens, as well as the length of the bulbous can be modified. Further, one can add seeing aids such as eye glasses or a contact lens, or implant an artificial intraocular lens. The seeing aids may be decentered and/or tilted.

Results The code calculates also the visual impression by projecting the image from the retina back to a screen at the distance of the object, where the human brain "sees" the object. For image interpretation we use a normal Gullstrand eye with a very small aperture stop. In this way we can simulate the visual mapping (visual impression) of a corrected or uncorrected ametropia.

Conclusions In this paper we present two nontrivial examples: we calculate the regional polyopia ("Bildverdoppelung") and the annular scotoma which appear whenever a high myopia or aphakia are corrected by eye glasses.

Key words Ray tracing – computer – computer animation – optics – refraction – aphakia – annular scotoma – polyopia

Refraktive Problemfälle stellen nicht nur eine interessante Fragestellung für engagierte Ophthalmologen dar, sondern sind auch und gerade für Physiker eine ständige Herausforderung – gilt es doch, naturwissenschaftliche Gesetzmäßigkeiten auf medizinische Fragestellungen anzuwenden, bei denen eine Vielzahl von Randbedingungen nicht bekannt oder nur unvollständig zu beschreiben sind. Dies mag manchen Physiker abschrecken – andere werden sich gerade hierdurch herausgefordert fühlen. Als didaktisch herausragender Vertreter der letztgenannten Gruppe hat der Jubilar, dem dieses Sonderheft gewidmet ist, gezeigt, daß gerade das

Hinausschauen über den „Tellerrand des eigenen Fachgebiets“ zu wirklich innovativer Tätigkeit beflügelt: Zahlreiche diagnostische, optische Instrumente der modernen Ophthalmologie verdanken ihm ihre entscheidende Verbesserung oder gar Entstehung! „Wir Tübinger“ werden in Gestalt des gemeinsam mit Frau Professor Elfriede Aulhorn entwickelten „Mesoptometer II“ stets an die Ergebnisse einer solch' fruchtbaren Kooperation erinnert.

Es soll in diesem Zusammenhang nicht unerwähnt bleiben, daß der einzige Nobelpreisträger auf ophthalmologischem Fachgebiet – Allvar Gullstrand – nicht nur Augenarzt, sondern auch Inhaber des Lehrstuhls für physikalische und physiologische Optik an der Univer-

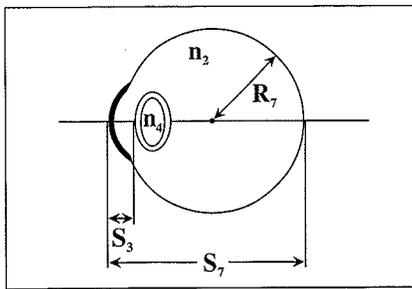


Abb. 1 Das „exakte schematische Auge“ nach Gullstrand (7); S_i bedeuten die Orte auf der optischen Achse, an denen die Kugelflächen schneiden; R_i sind Krümmungsradien, n_i Brechungsindizes

sität Uppsala war! Das von ihm entwickelte Augenmodell ist die Grundlage des hier vorgestellten „ray tracing“-Programms (4); auch hier haben Physiker im o.g. Sinne versucht, Wunschvorstellungen von Ophthalmologen in die Realität umzusetzen: dabei geht es nicht nur um Strahldurchrechnung auf der Basis des Snelliusschen Prinzips, sondern auch um den Versuch, den tatsächlichen Seheindruck eines Patienten unter vorgegebenen Refraktionsbedingungen modellmäßig mit dem Computer zu simulieren.

Methodik

Die den Rechnungen zugrundeliegende Methode wurde in einer früheren Arbeit beschrieben (4). Wir geben im folgenden eine Kurzfassung dieser Beschreibung.

Augenmodell

Verwendet wird das „exakte schematische Auge“ nach Gullstrand (7), **Abb. 1**. Die von Gullstrand angegebenen Parametersätze für das auf den Nahpunkt fokussierte Auge und für das auf die Ferne fokussierte Auge sind in **Tab. 1a, b** wiedergegeben. Auf Entfernungen zwischen Nahpunkt und Unendlich wird durch eine bestimmte, im Programm beschriebene lineare Interpolation fokussiert, wobei der Interpolationsparameter nach der Methode der kleinsten Quadrate optimiert wird.

Das Modellauge kann modifiziert werden, um Krankheiten zu simulieren, und es können Brillengläser und/oder Kontaktlinsen hinzugefügt werden. Die hinzugefügten Sehhilfen dürfen auch dezentriert oder verkippt sein. In jedem Fall können ausgewählte Parameter, wie z.B. die Brechkraft einer Brille, automatisch nach der Methode kleinster Quadrate (8, 10, 11, 12, 13) optimiert werden. Zu den möglichen Wunschzielen bei der Methode kleinster Quadrate zählen nicht nur das Erzielen einer optimalen Bildschärfe, sondern z.B. auch die Veringerung bzw. Beseitigung einer Aniseikonie.

Berechnung der optischen Abbildung

Die Schnelligkeit moderner Computer erlaubt es, die Abbildungseigenschaften des optischen Systems durch die Verfolgung vieler einzelner Lichtstrahlen („ray tracing“) zu unter-

Tab. 1 Der Parametersatz des exakten schematischen Auges nach Gullstrand in der Reihenfolge: Vorderseite und Rückseite der Cornea, Vorderseite der äußeren Linsenschale, Vorder- und Rückseite der inneren Linse, Rückseite der äußeren Linsenschale und Retina; (a) für den Nahpunkt, (b) für die Ferne; konkave Flächen sind durch negative Radien gekennzeichnet

Tab. 1a

	Position [mm]	Radius [mm]	Brechungsindex
Cornea	0	7,7	1,376
	0,5	6,8	1,336
Linse	3,2	5,33	1,385
	3,8725	2,655	1,406
	6,5725	- 2,655	1,385
	7,2	- 5,33	1,336
Retina	24,0	-11,5	-

Tab. 1b

	Position [mm]	Radius [mm]	Brechungsindex
Cornea	0	7,7	1,376
	0,5	6,8	1,336
Linse	3,6	10,0	1,385
	4,146	7,911	1,406
	6,565	- 5,76	1,385
	7,2	- 6,0	1,336
Retina	24,0	-11,5	-

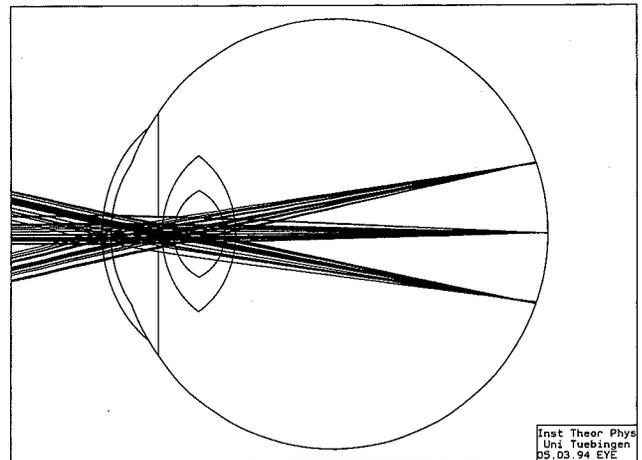


Abb. 2 Ergebnis einer Strahlberechnung mit nur 3 (weit entfernten) Objektpunkten und wenigen, statistisch ausgewählten Lichtstrahlen; in den realistischen Rechnungen zu den Abb. 6 und 7 wurden je Bild über 30 Millionen Lichtstrahlen berechnet

suchen, wobei an jeder optischen Grenzfläche das Brechungsgesetz von Snellius angewendet wird (2). **Abb. 2** zeigt das Prinzip anhand einiger weniger Strahlen. Bei der praktischen Rechnung treffen von jedem Punkt des Objekts viele Strahlen (bis zu mehreren hundert) in das Auge und erzeugen ein Bild auf der Netzhaut.

Interpretation des Netzhautbildes

Auf der Netzhautebene endet die physikalische Optik, und die Physiologie des Sehens beginnt. Dieser zweite Vorgang wird

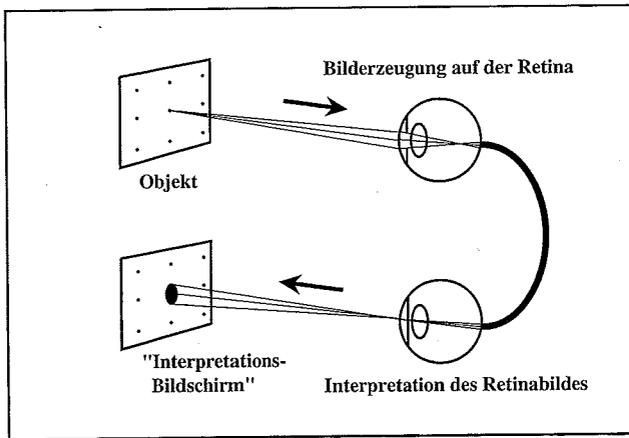


Abb. 3 Abbildung des Objektes auf der Netzhaut und Interpretation des Netzhautbildes

durch ein einfaches Modell simuliert: Hierbei projizieren wir (gedanklich/rechnerisch) das auf der Netzhaut entstandene Bild wieder zurück in die Außenwelt, und zwar auf eine frontoparallele Projektionsfläche, die sich im gleichen Abstand vom Auge befindet wie der Gegenstand, der auf der Netzhaut abgebildet wurde, vgl. **Abb. 3**. Bei dieser Rückprojektion sollen keine neuen Bildfehler entstehen. Deshalb verwenden wir für die Rückprojektion das Gullstrandsche Normalauge und verengen die Pupille bis auf eine winzige Öffnung.

Das hier verwendete Modell der Bildinterpretation basiert auf den folgenden – natürlich vereinfachenden – Annahmen:

- 1.) Als das Gehirn in früher Kindheit gelernt hat, Netzhautbilder zu interpretieren, waren die Augen normalsichtig.
- 2.) Das, was das Gehirn in früher Kindheit gelernt hat, hat sich nie verändert.

Bei angeborenen Augenfehlern, wie z.B. Ametropien verschiedenster Ursachen, wird man das vorliegende einfache Interpretationsmodell ändern müssen.

Zum Computerprogramm sei noch erwähnt, daß die Bahn einzelner Lichtstrahlen nach den gegebenen physikalischen Gesetzmäßigkeiten natürlich unabhängig ist von der Laufrichtung des Lichtes, d.h. der Computer darf den Strahlengang umkehren. Wenn die Projektionsfläche aus diskreten Elementen (sog. Pixel) besteht, wie z. B. bei einem Farbmonitor, während das Objekt eine kontinuierliche Helligkeitsverteilung hat, dann ist es günstig, von dieser Umkehrmöglichkeit Gebrauch zu machen. In der vorliegenden Arbeit wird dies getan, um Rechenzeit zu sparen: Strahlen, die nicht auf ein Pixel treffen, werden nicht gerechnet.

Anwendungsbeispiele

Exemplarisch wollen wir die folgenden zwei Fälle hoher Ametropie betrachten. Sie sind im Handbuch der Augenoptik (14) beschrieben. Weitere interessante ophthalmologisch-optische Fragestellungen finden sich in (1, 3, 5, 6, 9). Die auftretenden Phänomene lassen sich vorstellungsmäßig nicht ohne weiteres nachvollziehen. Die Computer-Simulation ist hier eine wertvolle Hilfe.

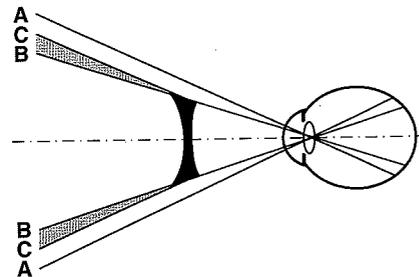


Abb. 4 Brillenkorrektion bei hoher Achsen-Myopie; B-B: scharfes Gesichtsfeld; B-C: Bereich der Bildverdoppelung; C-A: unscharfes Gesichtsfeld

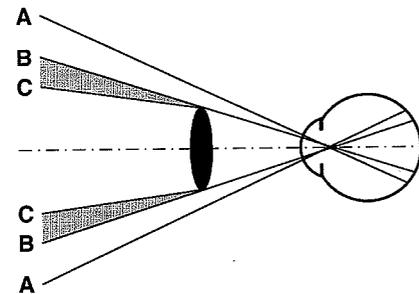


Abb. 5 Brillenkorrektion bei Aphakie; C-C: scharfes Gesichtsfeld; B-C: Ringskotom; B-A: unscharfes Gesichtsfeld

Im ersten Fall geht es um die Bildverdoppelung bei der Brillenkorrektion einer starken Myopie, vgl. **Abb. 4** (gemäß (14)). Im Bereich B-B bildet das Auge scharf ab, im Bereich C-A liegt nur unscharfe Bildwahrnehmung vor. Im Bereich B-C entsteht ein Mischbild.

Im zweiten Fall hat man die Brillenkorrektion einer Aphakie, vgl. **Abb. 5** (gemäß (14)). Im Bereich C-C bildet das Auge scharf ab, im Bereich B-A liegt nur unscharfe Bildwahrnehmung vor, und im Bereich B-C bildet sich ein Ringskotom.

Es ist nicht leicht zu beurteilen, was ein Patient in den Bereichen zwischen korrigiertem und unkorrigiertem Bild tatsächlich sieht. Klar ist, daß durch zwei Segmente innerhalb der Pupillenöffnung jeweils korrigierte und unkorrigierte Strahlen zur Netzhaut gelangen. Es entsteht daher eine Überlagerung von einem scharfen und einem unscharfen Bild, wobei das scharfe – durch das notwendige Brillenglas entworfene – Bild im ersten Fall verkleinert, im zweiten Fall vergrößert ist. Das scharfe Bild stammt wegen des Prismeneffekts der Brillengläser von einem anderen Ort des Objektes als das unscharfe, im Fall der Starbrille von weiter außen, im Fall der Starbrille von weiter innen. So weit helfen uns physikalische Überlegungen. Aber was sieht der Patient tatsächlich? Warum spricht man nicht in beiden Fällen von einer Bildverdoppelung oder in beiden Fällen von einem Ringskotom? Um eine Antwort auf diese Fragen zu erhalten, können wir versuchen mit dem Computer zu simulieren, was der Patient wahrnimmt. Hierzu wird dem Computer folgendes Szenario vorge-



Abb. 6 Durch Computersimulation gewonnenes Bild: (a) normalsichtiges Modellauge nach Gullstrand; (b) mit Brille korrigiertes (stark) myopes Auge (hinsichtlich Bildverdoppelung, vgl. Abb. 4), weitere Erläuterungen im Text

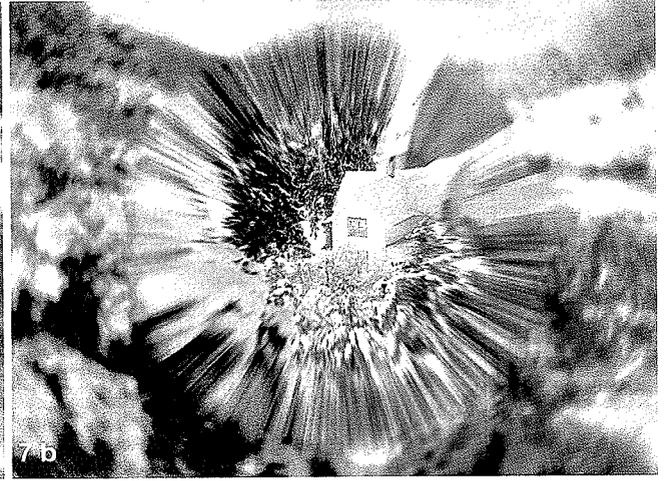


Abb. 7 Durch Computersimulation gewonnenes Bild: (a) normalsichtiges Modellauge nach Gullstrand; (b) mit Brille korrigierte Aphakie (hinsichtlich Ringskotom, vgl. Abb. 5), weitere Erläuterungen im Text

geben: Als Objekt (Landschaft mit Wasserfall, Winterlandschaft) dient ein sehr großes Poster, das sich in 5 m Abstand vor dem beobachtenden Auge befindet. Der Bildschirm für die Bildinterpretation hat den gleichen Abstand vom Auge wie das Poster. Weitere Details der Rechnung werden im Anhang gegeben.

Abb. 6a zeigt das Ergebnis der Rechnung für das Normalauge. Da ein sehr großer Gesichtsfeldbereich mit-erfaßt wird, tritt der optisch bedingte Abbildungsfehler zum Rand des Gesichtsfeldes hin deutlich zutage. Dieser Umstand wird aber normalerweise überhaupt nicht wahrgenommen, wie man sich leicht selbst überzeugen kann: nähert man allerdings die **Abb. 6a** bis auf wenige Zentimeter an, was der realistischen Situation entspricht, so wird auch im Randbereich keine Unschärfe mehr wahrgenommen. Aufgrund der zur Netzhautperipherie hin abnehmenden Rezeptordichte und der daraus resultierend zunehmenden Vergrößerung der re-

zeptiven Felder, ist eine bessere Abbildungsgüte dieses optischen Apparates auch gar nicht erforderlich.

Abb. 6b zeigt das Ergebnis der Rechnung für eine starke Minus-Brillenglaskorrektur bei hoher Myopie: Man sieht das scharfe (verkleinerte) Bild („Weitwinkel-effekt“) innen, das unscharfe Bild außen und dazwischen eine schmale Übergangszone. Die Bildverdopplung erkennt man zum Beispiel an dem Nadelbaum rechts im Vordergrund, der im scharfen Teil des Bildes vollständig zu sehen ist und im unscharfen Außenbereich noch einmal erscheint. Den „Weitwinkel-effekt“ kann man zusätzlich auch an den Berggipfeln und dem blauen Himmel über dem Wasserfall sehen, die sich noch außerhalb des Gesichtsfeldbereichs des Normalauges, vgl. **Abb. 6a**, befinden.

In **Abb. 7a** sieht man wieder die Bildqualität des normalsichtigen Gullstrandschen Modellauges. **Abb. 7b**

zeigt das Ergebnis der Rechnung für eine Starglas-Korrektur bei Aphakie. Man erkennt im scharfen Innenbereich die (ca. 25%ige) Vergrößerungswirkung der Starbrille. Der Außenbereich ist sehr unscharf (und leicht vergrößert). Einem vergleichsweise breiten Übergangsbereich, dem Ringskotom, ist keine relevante Information zu entnehmen.

Bei der Beurteilung der Bilder in den **Abbn. 6a, b** und **7a, b** sollte man beachten, daß ähnlich wie beim Betrachten von Weitwinkelphotographien ein falscher perspektivischer Eindruck entsteht, weil man die Bilder aus einem zu großen Abstand anschaut. Das Projektionszentrum, von welchem aus man die Bilder eigentlich betrachten sollte, liegt nur wenige Zentimeter über dem Papier! Entsprechend umfaßt der scharfe Innenbereich bei der Starglas-Korrektur einen durchaus akzeptablen Gesichtsfeldbereich von ca. 34° (radial vom Zentrum aus gesehen).

Schlußwort und Ausblick

Die in der vorliegenden Arbeit behandelte Fragestellung zeigt nur eine von vielen Anwendungsmöglichkeiten des Computerprogramms (4). Der Einfluß von Dezentrierung, Verkippung und anderweitiger Positionsänderung verschiedenster Korrektionsmedien (Brille, Kontaktlinse, Intraokularlinse) auf die visuelle Abbildung können bereits mit der vorliegenden Programmversion in analoger Weise veranschaulicht werden. Auch lassen sich automatisch Linsenkombinationen ermitteln, welche die kleinstmögliche Aniseikonie gewährleisten.

Generell lassen sich somit optische Abbildungsvorgänge – sozusagen der „Rohstoff der Wahrnehmung“ – realitätsnah simulieren.

Eine Weiterentwicklung des Programms soll es ermöglichen, auch irregulär geformte Oberflächen der brechenden Medien zu berücksichtigen; somit könnten dann z. B. unmittelbar mit einem Videokeratoskop erhobene Hornhautdaten als Berechnungsgrundlage einfließen, um den Bildeindruck eines Patienten mit irregulärem Hornhautastigmatismus zu simulieren – eine im Zeitalter der refraktiven Hornhautchirurgie faszinierende Möglichkeit.

Ganz im Sinne des Jubilars: wenn Physiker erst einmal auf den Geschmack gekommen sind, läßt sie die Ophthalmologie (hoffentlich) nicht mehr los ...

Anhang

In dem Menü des hier verwendeten „ray tracing“-Programms (4) werden folgende Parameterwerte eingestellt:

Landschaft mit Wasserfall (**Abbn. 6a, b**):

Die Abmessungen des 5 m vor dem Beobachtungsauger platzierten Interpretationsbildschirms (vgl. **Abb. 3**) betragen 11,5 m × 8,625 m. Das verwendete bikonkave

Brillenglas der Stärke –11D hat eine Mittendicke von 4 mm und einen Durchmesser von 25 mm. Bei einer Auflösung von 640 × 480 Bildpunkten werden 100 Strahlen pro Bildpunkt berechnet; die CONVEX C3860 der Universität Tübingen benötigt hierfür rund 100 Minuten.

Winterlandschaft (**Abbn. 7a, b**):

Die Abmessungen des 5 m vor dem Beobachtungsauger platzierten Interpretationsbildschirms (vgl. **Abb. 3**) betragen 20 m × 15 m. Das verwendete bikonkave Brillenglas der Stärke +11 D hat eine Mittendicke von 4 mm und einen Durchmesser von 39 mm. Bei einer Auflösung von 640 × 480 Bildpunkten werden 100 Strahlen pro Bildpunkt berechnet.

In beiden Fällen ist die Gesichtsfeldbegrenzung durch Position und Abmessungen des Interpretationsbildschirms gegeben, wohingegen das jeweilige Objekt (Poster) in jedem Fall eine ausreichende, d. h. bildfüllende Größe besitzt.

Literatur

- 1 *Bennet AG*. Two Simple Calculating Schemes for Use in Ophthalmic Optics. *Ophthal Physiol Opt* 1986; 6, No. 4: 419–429
- 2 *Born M, Wolf E*. Principles of Optics. 5. Edition, Oxford, Pergamon Press 1975
- 3 *Fechner PU*. Intraokularlinsen: Grundlagen und Operationslehre. 2. Edition, Stuttgart, Enke 1984: 47–71.
- 4 *Fink W, Frohn A, Schiefer U, Schmid EW, Wendelstein N*. A Ray Tracer for Ophthalmological Applications. *Ger J Ophthalmology* 1996; 5: 118–125
- 5 *Gernet H, Osthold H*. Augenseitige Optik: Ein neues Gebiet der Okulometrie. *Ophthalmologica* 1973; 166: 120–143
- 6 *Gernet H, Zörkendörfer S*. Zur Brechkraft von menschlichen Augenlinsen und von Kunstlinsen. *Fortschr Ophthalmol* 1982; 79: 184–186
- 7 *Gullstrand A*. Handbuch der Physiologischen Optik. H. v. Helmholtz. 3. Edition, Hamburg & Leipzig, L. Voss 1909; 1: 226
- 8 *Hebden MD*. An algorithm for minimization using exact second derivatives. Atomic Energy Research Establishment report TP 515, Harwell, England 1973
- 9 *Kashiwagi T, Khu PM*. Ray Tracing Error Correction in Ophthalmic Optics. *J Cataract Refract Surg* 1991; 17: 194–198
- 10 *Levenberg K*. A method for the solution of certain nonlinear problems in least squares. *Quart Appl Math* 1944; 2: 164–168
- 11 *Marquardt DW*. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *SIAM J Appl Math* 1963; 11: 431–441
- 12 *Moré JJ*. The Levenberg-Marquardt algorithm: Implementation and Theory, Numerical Analysis. G. A. Watson, ed., Lecture Notes in Mathematics vol 630. Berlin Heidelberg New York, Springer 1977: 105–116
- 13 *Moré JJ, Garbow SB, Hillstom KE*. USER GUIDE FOR MINPACK-1, Argonne National Laboratory, 9700 South Cass Avenue, Argonne, Illinois 60439, Applied Mathematics Division, ANL-80-74, 1980
- 14 *Handbuch für Augenoptik*, Carl Zeiss, 73447 Oberkochen, West Germany, 3. Auflage 1987: 180

Manuskript erstmalig eingereicht am 19. 11. 1995
in der vorliegenden Form angenommen am 20. 03. 1996

Wolfgang Fink

Inst. f. Theor. Physik
Auf der Morgenstelle 14
D-72076 Tübingen